

## CFD 계산방법론의 최근 발전 동향 고찰

김종암<sup>1, 2\*</sup>서울대학교 기계항공공학부<sup>1</sup>, 서울대학교 항공신기술연구소<sup>2</sup>

## Reflection on Recent Research Progresses of CFD Computational Methodologies

Chongam Kim<sup>1, 2\*</sup>

**Key Words:** Computational Fluid Dynamics(전산유체역학), Higher-Order Methods(고차 정확도 수치기법), Multi-Dimensional Limiting Process(다차원 공간 제한 기법)

## 서론

전산유체역학이란 유동 현상을 지배하는 편미분 방정식을 컴퓨터를 활용하여 수치적으로 계산함으로써 유동물리를 분석·예측하는 학문이다. 전산유체역학은 컴퓨터 성능의 발달로 인해 그 가치 및 영향력이 높아져 최근 항공우주공학, 자동차공학, 조선해양공학, 생체공학 등 공학 및 과학기술의 많은 분야에서 직접적으로 활용되고 있다. 구체적으로 유동-연소-구조 연계해석을 통한 고체 추진 기관 내부의 다물리현상 해석, 다상유동 해석을 통한 초저온 탱크 내부 유동해석 및 터보펌프 인두서 주위의 유동 해석, 유동-구조 연계해석을 통한 곤충날개 주위의 유동 해석 등을 몇몇 활용사례로 들 수 있다.

그동안 전산유체역학에서는 2차 정확도 기반의 유한체적법이 널리 사용되어 왔다. 유한체적법은 보존방정식의 적분형 해를 구하기 때문에 불연속면을 잘 모사할 수 있으며, 임의의 모양을 갖는 격자 형태에 대해서도 공간 차분을 수행할 수 있기 때문에 복잡한 형상을 갖는 문제에도 적용될 수 있다는 장점을 가지고 있었다. 그러나 최근 3차원 비정상 난류 유동에 대한 정밀한 해석 등 장시간의 비정상 계산에서도 높은 정확도를 보존할 수 있는 수치기법이 요구됨에 따라 유한체적법 기반의 전통적 수치기법은 한계를 맞이하게 되었다. 유한체적법 기반으로는 비정렬 격자에서 3차 이상(궁극적으로는 임의의  $n$ 차 정확도)의 고차 정확도로 확장하는데 여러가지 어려움이 존재하며, 셀 평균값에 기반한 이산화 과정의 특성상 높은 정확도를 가질수록 stencil이 넓어지는 관계로 대규모 병렬 계산에 불리한 점을 가지고 있다.

전통적 유한체적법이 가진 전술한 한계점들을 극복한 것이 불연속 유한요소법 기반의 고차 정확도 수치기법들이다. 이 기법들에서는 유동해를 나타내기

위해 격자요소의 평균값만을 사용하는 유한체적법과는 달리 고차다항식을 통해 유동해를 근사하기 때문에 보다 적은 수치점성을 가지며, 각 격자요소 내에 추가적인 자유도를 도입함으로써 비정렬 격자에서도 3차 이상의 고차 정확도로 확장이 매우 용이하고, 각 격자요소가 갖는 국소적 특성 때문에 대규모 병렬 계산에도 적합하다. 최근 미국 및 유럽연합을 중심으로 다양한 프로젝트 및 연구를 통해 고차 정확도 수치기법을 공학적 응용문제에 적용하려는 시도가 이루어지고 있으며, 이러한 노력 속에서 부각된 중요 연구 이슈들(강건한 충격파 포착기법, 고차 정확도 격자 제작기법, 난류모델링 및 정상문제를 위한 효율적인 시간 전진기법 등)에 대한 지속적인 연구도 병행되고 있다.

## 본론

현재 널리 연구되고 사용되는 고차 정확도 수치기법으로는 불연속 갤러킨(discontinuous Galerkin; DG) 방법과 FR/CPR(Flux Reconstruction / Correction Procedure via Reconstruction) 방법이 있다. 불연속 갤러킨 방법은 격자요소 내의 유동해를 고차다항식인 modal 기저 함수를 통해 근사한다. 1차원에서는 직교 다항 함수인 Legendre 다항식이 기저 함수로 주로 사용되며, 다차원에서는 각각의 격자요소에 알맞은 직교 형상함수(Shape function)가 사용된다. 불연속 갤러킨 방법은 지배방정식을 적분하여 weighted residual formulation을 유도한 뒤 차분화를 수행한다. FR/CPR 방법은 불연속 갤러킨 방법과는 달리 격자요소 내의 유동해를 nodal 기저 함수인 Lagrange 다항식을 통해 근사한다. Strong formulation에 기반한 FR/CPR 방법은 correction function의 선택에 따라 불연속 갤러킨 방법을 포함한 여러 고차 정확도 기법을 나타낼 수 있다는 장점이

있어 주목을 받고 있다.

고차 정확도 수치기법은 많은 장점과 동시에 극복해야 할 몇 가지 도전적 이슈들이 존재하는데, 그중 하나가 강건하고 정확하며 효율적인 충격파 포착 기법을 설계하는 것이다. 고차 정확도 수치기법은 높은 정확도의 유동해를 제공할 수 있지만 적은 수치점성으로 인해 수치적 불안정성이 쉽게 야기되므로 매우 정밀한 충격파 포착 기법이 요구된다. 본 연구그룹에서 제안한 MLP(Multi-dimensional Limiting Process) 기법은 유한체적법에서 다차원 유동물리 효과를 분석하여 충격파 포착 기법을 개발하는데 시간 간과되었던 다차원 효과를 고려함으로써 압축성 유동 해석에서 강건성, 정확성 및 수렴성을 크게 향상시킨 것으로 평가받고 있다<sup>(1,2,3)</sup>. MLP 기법의 핵심은 선형 근사 기율기의 국소 극값이 격자요소의 꼭짓점에서 나타난다는 것으로서, 각 꼭짓점마다 local Maximum principle을 적용하여 LED(Local Extrema Diminishing) 조건을 달성하고 다차원 수치 진동 현상을 성공적으로 제어하였다. 이러한 MLP 기법은 임의의 정확도를 갖는 불연속 갤러킨 방법, FR/CPR 방법과 같은 고차 정확도 수치기법으로도 확장이 가능하며, 그 결과 불연속면 주위에서 발생하는 수치적 불안정성을 성공적으로 제어하였고 정확성과 강건성을 크게 향상시켰다<sup>(4,5,6)</sup>. 고차 정확도 기법 기반의 MLP 기법은 꼭짓점에서의 선형 근사 기율기를 통해 troubled-cell을 탐지하는 MLP condition과 smooth extrema를 인식하여 정확도를 보존시키는 smooth extrema detector로 이루어져 있으며, 이를 계층적으로(hierarchically) 적용함으로써 보다 정밀한 충격파 포착을 수행한다. Troubled-cell로 인식된 격자요소에 대해서는 유한체적법 기반에서 개발되었던 MLP-u1 및 MLP-u2 제한자를 적용한다.

현재 본 연구 그룹에서 진행하고 있는 MLP 기법의 최신 연구들은 제한자 기반의 고차 정확도 충격파 포착 기법이 가지고 있는 subcell resolution 문제를 해결하는 성과를 보이고 있다. hMLP-BD (hierarchical MLP with Boundary Detector) 기법은 기존 기법에서 발생하는 subcell Gibbs 진동현상을 억제하기 위해 boundary detector 개념을 도입하였고, 2차원 문제들에 대해서 매우 향상된 수치 해석 결과를 보이고 있다. hMLP-BD 기법은 MLP의 장점을 그대로 포함하기 때문에 매끄러운 유동장에 대해서는 높은 정확도를 유지하는 반면, boundary detector를 사용하여 불연속 근방에서 subcell resolution을 저해하는 subcell Gibbs 진동을 성공적으로 억제하기 때문에 정확하고 신뢰할 수 있는 subcell resolution을 제공한다<sup>(7)</sup>.

## 후 기

본 연구는 항공신기술연구소와 교육과학기술부의 NSL(National Space Lab.) 프로그램(NRF-2014M1A3 A3A02034856)의 지원을 받아 이루어졌으며, 또한 KISTI 슈퍼컴퓨터 센터(KSC-2015-C3-052)의 지원을 받아 이루어졌습니다. 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- 1) Kim, K. H., and Kim, C., "Accurate, efficient and monotonic numerical methods for multi-dimensional compressible flows Part II: Multi-dimensional limiting process," *Journal of Computational Physics*, Vol. 208, No. 2, 2005, pp. 570-615.
- 2) Park, J. S., Yoon, S. H. and Kim, C., "Multi-dimensional Limiting Process for Hyperbolic Conservation Laws on Unstructured Grids," *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, 2010, pp. 788-812.
- 3) Park, J. S. and Kim, C., "Multi-dimensional Limiting Process for Finite Volume Methods on Unstructured Grids," *Computers & Fluids*, Vol. 65, 2012, pp. 8-24.
- 4) Park, J. S., and Kim, C., "Higher-order multi-dimensional limiting strategy for discontinuous Galerkin methods in compressible inviscid and viscous flows," *Computers & Fluids*, Vol. 96, 2014, pp. 377-396.
- 5) Park, J. S., and Kim, C., "Hierarchical multi-dimensional limiting strategy for correction procedure via reconstruction," *Journal of Computational Physics*, Vol. 308, 2016, pp. 57-80.
- 6) Park, J. S., You, H. and Kim, C., "Higher-order multi-dimensional limiting process for DG and FR/CPR methods on tetrahedral meshes," *Computers & Fluids*, *In press*, 2017.
- 7) 유호준, 김종암, "Subcell Resolution이 가능한 고차 정확도 다차원 공간 제한 기법(hMLP) 연구," 한국항공우주학회, 한국항공우주학회 학술발표회 논문집, 2016. 11, pp. 24-25.